

Å forstå elevers læring i matematikk

Tone Bulien og Øyvind Bjørkås, Høgskolen i Bodø

Innledning

Kunnskapsløftet framhever tilpasset opplæring for alle elever. For å kunne tilpasse undervisningen, vil læreren i hver time ta mange avgjørelser om undervisningen. Disse avgjørelsene er basert på lærerens tolking av informasjonen hun har om hva elevene har lært og hvordan de lærer. Informasjonen får læreren både fra formelle prøver og kartleggingsverktøy og fra andre uformelle måter å vurdere læring i matematikk. Vi bruker begrepet «læringsavdekking» (Niss and Højgaard Jensen 2002) for å beskrive disse uformelle metodene.

Å vurdere matematisk læring i «timen» er vanskelig (Gravanes *et al* 2004). Sammen med grunnskolelærere vil vi undersøke *hvordan* lærere avdekker læring ved andre metoder enn ved hjelp av prøver. Forskningsspørsmålene vil handle om lærerens mål, verktøy, tolking og avgjørelser ved læringsavdekking. Vi vil også undersøke *validiteten* til lærerens tolking.

Vår erfaring er at både lærerstudenter og lærere ofte etterspør verktøy for å tilby tilpasset opplæring. Derfor vil en beskrivelse og en teori for læringsavdekking i matematikk være viktig for matematikklærerutdanning. Det vil gjøre det mulig å gi lærerstudenter analytiske verktøy for praksiserfaringene sine, og det vil være et grunnlag for diskusjoner i etter- og videreutdanning av matematikklærere.

Lærerne og skolen er positive til forskningsspørsmålene og samarbeidet. Samarbeidsskolen som er knyttet til Høgskolens allmennlærer-utdanning som praksisskole, men forskningsprosjektet vil også ha betydning for Høgskolens masterprogram i tilpasset opplæring i fag.

Litteraturen om vurdering i matematikk er hovedsaklig opptatt av prøver, og hvordan læringsavdekking foregår ved hjelp av andre metoder er ikke undersøkt godt. I flere sammenhenger har det vært foreslått å undersøke metoder for læringsavdekking (Niss and Højgaard Jensen 2002, s. 169) eller selve begrepet «å avdekke læring» (Balling 2003). Derfor må prosjektet innledes med en undersøkende og deskriptiv fase, og denne må gjennomføres i nært samarbeid med lærerne. Lærerne må sammen med didaktikerne reflektere over sine nåværende metoder og undersøke nye metoder for læringsavdekking.

Et annet viktig mål for prosjektet er å bli en del av forskningsmiljøet i matematikdidaktikk i Norge, gjennom konsortiet. Hovedmålene til konsortiet er:

Our first aim is to develop knowledge and practice in the teaching and learning of mathematics, so that pupils in schools have better learning experiences and achieve better conceptual understandings of mathematics. Pupils should demonstrate a *fluency* with mathematics, based on deep understandings, and *competence* for independent use of mathematics in different contexts. We will work with teachers to inquire into teaching approaches which can achieve these aims.

Secondly, we will work with fellow didacticiansⁱ, teacher educators, teachers and student teachers to build inquiry attitudes towards learning and teaching. New teachers should themselves learn through inquiry and approach their teaching with

an attitude directed towards inquiring into forms of teaching that lead to mathematical understanding, fluency and competence in their pupils.

Thirdly, "inquiry" will be the basis of our developing practice and will be formalized in our research process: didacticians, teacher educators, teachers and students teachers will explore approaches to learning and teaching at all levels, and will develop more generalized knowledge that can be applied broadly in building processes and systems for teaching and learning mathematics. (Proposal from the Consortium)

Det er spesielt viktig for vår lille og unge forskergruppe i Bodø å tilhøre et nettverk av forskere i matematikkdiraktikk. De to forskerne i Bodø har hatt flere samarbeid om etter- og videreutdanning av matematikklærere, i tillegg til at begge er involvert i grunnutdanningen.

1. Teori for vurdering og læringsavdekking

Tidligere forskning om vurdering i matematikk har hovedsaklig hatt fokus på formelle vurderingsformer. I vårt prosjekt er det mer uformelle former for vurdering vi ønsker å undersøke. For å knytte vårt prosjekt til tidligere forskning er det nødvendig å gå opp noen begrepsmessige grenser.

Webb (1992) definerer *vurdering (assessment)* som

the comprehensive accounting of an individual's or a group's functioning within mathematics or in application of mathematics.

og *evaluering (evaluation)* som

the systematic collection of evidence to help make decisions regarding (1) students' learning, (2) materials development, and (3) program. (s. 663)

Andre begreper som brukes er *målinger (measurements)* og *prøver (tests)*.

Clark & Peterson (i Webb, 1992) sier at «teachers continually make <interactive> decisions – on the average of one every two minutes». Så løst sagt blir våre spørsmål: hvordan gjør de det? hva gjør de? hvorfor gjør de det de gjør? Er det mulig å bygge en teori omkring dette? Vi betrakter *ikke* disse «interaktive» avgjørelsene som evaluering, fordi de ofte er usystematiske, uformelle og/eller uforberedte.

Niss (Niss and Højgaard Jensen 2002, s. 79) tar opp uformell vurdering ved å trekke en linje mellom *læringsavdekking* og evaluering: han definerer læringsavdekking som:

[Læringsavdekkingskompetanse] består i å kunne *avdekke og fortolke* elevenes faktiske matematiske læring og besittelse av matematiske kompetense, samt *forestillinger* om og *holdninger* til matematikk, herunder å kunne identifisere *utvikling* over tid.

I kompetensen inngår å kunne *treng inn bak fasaden* av de måter hvorpå den enkelte elvs matematikklæring, -forståelse og -beherskelse kommer til uttrykk i konkrete situasjoner, i det øyemed å forstå og fortolke den kognitive og affektive bakgrunn for disse. (s. 78)

og definerer en egen evalueringskompetanse for læreren.

Vi forstår læringsavdekking som lærernes måte å få inntrykk som hun baserer sine interaktive avgjørelser i klasserommet, og dermed korresponderer læringsavdekking ikke til Webbs definisjon av evaluering, men den kommer inn under definisjonen av vurdering, og begrepet er egnet til å bruke for å undersøke Clark & Petersons påstand.

Watson(Watson 2000) har et liknende synspunkt på uformell vurdering av matematikk, men undersøker uformelle metoder for *summativ vurdering*,

mens vi først og fremst er interessert i uformelle metoder for *formativ vurdering* (Black *et al* 2003).

Balling (2003) kritiserer begrepet læringsavdekking og sier at «the matter learned» er [...] individuelt for den enkelte elev, og det er empirisk utilgjengelig» (s. 26), og at det eneste som kan vurderes av en elevs læring er «læringsudbytte[t] i forhold til konkrete mål» (s. 32). Hun bygger sin argumentasjon på en analyse av kognitiv konstruktivisme av Antonius (2002 i Balling (2003)). Men både Niss (2002, s. 169) og Balling (2003, kap. 3) viser til at det kreves forskning for å forstå omfanget av problemer som oppstår i fortolkning av evalueringsinstrumenter.

Niss' definisjon av læringsavdekking innebærer også avdekking av holdninger til og affektive sider ved matematikken. Disse er grundig omtalt av Thompson (1992), Pehkonen (2003) og Leder & al (2003)

2. Forskningsspørsmål

- *Hva er lærerens mål når de forsøker å avdekke læring?* (Med mål mener vi intensjonene som lærerne uttrykker for å prøve å avdekke læring.)
- *Hvilke verktøy (metoder) bruker de?*
- *Hvordan tolker de informasjonen de oppnår?*
- *Hvilke avgjørelser tar de på denne bakgrunnen?* (Med avgjørelser tenker vi på hvordan lærerne bruker informasjonen om elevers læring for den videre undervisningen.)
- Basert på de deskriptive spørsmålene over, er vårt mål å *formulere en teori for læringsavdekking i klasserommet i matematikk.*
- Er det mulig å *avdekke holdninger til matematikk ved å bruke samme teori?* ((Pehkonen 2003) (I følge Niss er affektive sider del av det man bør avdekke)
- *Hvilke parametere påvirker utviklingen av lærerkompetanser i læringsavdekking?*

Prediksjoner

- Lærere avdekker allerede læring ut over det som gjøres ved vurdering (når vi med vurdering tenker på Niss' definisjon av evaluering (Niss, 2002, s. 79)).
- Balling (2003): Å avdekke læring er umulig. Læringsutbyttekan kun evalueres i forhold til konkrete mål.
- Dette er noen måter lærere avdekker læring på: ved utspørring (uformell og formell), samtale, lytte på samtaler mellom elever, oppførsel (holdninger)... Lærerens agenda i klasserommet er ofte å avdekke læring i matemaikk, selv når hun ikke stiller matematiske spørsmål.
- Læreren vil utvikle en metode for læringsavdekking gjennom praksis og refleksjon som vil sette henne i stand til å tilpasse undervisningen
- Mulige parametere som påvirker utviklingen av lærerens kompetanse i læringsavdekking: Praksisteori, læreplan, lærebok,

matematikkutdanning, erfaring, holdninger, kjønn, alder, samarbeidspartnere, form på samarbeid

3. Metode

Metodiske refleksjoner.

Deltakerne vil i begynnelsen være to didaktikere fra høgskolen og lærere som underviser på mellomtrinnet i grunnskolen. Deltakelsen i undersøkelsen skal være frivillig og antall lærere som endelig kommer til å delta er ikke fastsatt. I tredje år av prosjektet vil også lærerstudenter bli involvert ved at foreløpige resultater fra undersøkelsen skal brukes i undervisningen og at studentene skal gjøre erfaringer i forhold til det i sin praksis.

Forarbeidet for undersøkelsen.

Videre arbeide med teoretisk forankring og metodiske detaljer som ikke det er rom for i denne beskrivelsen. Det er viktig for alle deltakerne at både forskningsmål, de ulike roller og økonomiske/praktiske rammer er så klare som mulig i starten.

Før datainnsamlingen skal det gjennomføres minst to møter med alle deltakerne, minst et av disse skal organiseres som et arbeidsseminar med tema i den teoretiske forankringen.

Datainnsamling

Datainnsamlingen vil foregå i flere trinn:

1. Med video i klasserommet. Under videoopptak vil forsker være tilstede og gjøre notater i tillegg.
2. Lærerenes logg og annen skriftlig dokumentasjon som er viktig i forhold til forskningsspørsmålene
3. Didaktikernes logg
4. Lærerstudentenes oppgaver. Her kan det også være aktuelt med filming av studentene når de underviser

Reliabilitet og validitet

Gjennomføringen beror på at man kan vise til reliabilitet og validitet slik at resultatet blir troverdig. Reliabiliteten knyttes til spørsmålet om undersøkelsen kan gjentas og er oftest knyttet til kvantitative undersøkelser, men gjelder også for kvalitative metoder (Bryman 2001). Validitet er knyttet til om forskningskonklusjonene holder i forhold til målbarhet, innbyrdes forhold, utvidede konsekvenser og om resultatene virkelig hører til den allmenne opplevelse av verden, eller om den bare finnes i forskerens arkiv (Bryman 2001).

Jaworski og Potari (2002) viser til triangulering som et viktig redskap i analysen for å synliggjøre undervisningspraksis og har i samarbeid med lærere i praksisfeltet utarbeidet et system de kaller *the teaching triad* (TT). Det å analysere informasjonen fra et og samme empiriske materiale i en triangulering, kan styrke validiteten i kvalitativ forskning (Jensen 2002).

Analyse

Analysen vil foregå i to kontekster. Den ene vil være i samtaler mellom lærerne og didaktikerne der det empiriske materialet vil være hovedelementet sammen med for eksempel TT som redskap. Den andre blir didaktikernes analyser av de første resultatene for å føre det videre mot en mulig teori.

Jaworski og Potari (2002) søker å synliggjøre en lærerpraksis som fører til gode læringssituasjoner for elevene. Det er med andre ord ikke en analyse av en lærers profesjonelle eller faglige kunnskaper, og skal derfor ikke gå på personens egenskaper, men søke handlinger som kan besvare forskningsspørsmålet. Dette er også en viktig side av vår undersøkelse.

I både forberedelsen og analysen av vårt empiriske materialet kan The teaching triad foreslått av Jaworski og Potari være et mulig teoretisk redskap. Her inngår følgende tre elementer:

1. *Management of learning* - som beskriver lærerens rolle i læringssituasjonen
2. *Mathematical challenge* - oppgavene som gis til elevene, problemløsing
3. *Sensitivity for students* - lærerens kjennskap til studentene og deres behov, og lærerens interaksjon med den enkelte eller ved veiledning i grupper.

4. Tidsplan

2006, høst	Forberedelser med de deltagende lærerne. Innledende seminar med HBO og skolen. Utforskende og deskriptivt arbeid. Videostudier og møter med refleksjon over disse som metodiske pilotprosjekter. Konsortiumsamarbeid. KUL-konferanse
2007, vår	
2007, høst	Fokus om samarbeid med lærerne. Videostudier av klasserom og diskusjoner. Seminarer med lærere. Konsortiumsamarbeid.
2008, vår	
2008, høst	Fortsettelse. Lærerstudenter deltar i utforskningen.
2009, vår	Konsortiumsamarbeid.
2009, høst	Avsluttende arbeid. Formidling.
2010, vår	Konsortiumsamarbeid.

References

Balling D (2003), *Grafregneren i gymnasiets matematikkundervisning*, Dansk Institut for gymnasiepædagogik, Det humanistiske Fakultet, Syddansk Universitet.,

Black P, Harrison C, Lee C, Marshall B, Wiliam D (2003), *Assessment for learning putting it into practice*, Open University Press, Maidenhead

Bryman A (2001), *Social research methods*, Oxford University Press, Oxford

Gravanes A, Svorkmo A-G, Matre S, Fottland H (2004), Blir det lettere å være lærer etter dette? Fire blikk på en matematikkøkt i sjuende klasse., *Norsk Pedagogisk Tidsskrift* 61: 51-69

Jaworski B, Potari D (2002), Tackling complexity in mathematics teaching development: using the teaching triad as a tool for reflection and analysis, *Journal of Mathematics Teacher Education* 5: 351-380

Jensen KB (2002), The complementarity of qualitative and quantitative methodologies in media and communication, in *A Handbook of Media and Communication Research. Qualitative and Quantitative Methodologies.*, ed. Jensen KB, Routledge, London and New York p 254-272

Leder GC, Pehkonen E, Törner G (2003), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, Kluwer Academic Publishers, Boston

Niss M, Højgaard Jensen T (2002), *Kompetencer og matematiklæring ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*, <http://pub.uvm.dk/2002/kom/>

Pehkonen E (2003), Lærere og elevers oppfatninger som en skjult faktor i matematikkundervisningen, in *Matematikk for skolen*, ed. Grevholm B, Fagbokforlaget, Bergen p 154-184

Thompson A (1992), Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Reasearch, in *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, ed. Grouws DG, Macmillian, New York p 127-146

Watson A (2000), Mathematics Teachers Acting as Informal Assessors: Practices, Problems and Recommendations., *Educational Studies in Mathematics* 41: 69-91

Webb NL (1992), Assessment of Student's Knowledge of Mathematics: Steps Toward a Theory., in *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.*, Macmillan Publishing Company, New York p 661-683

ⁱ Didaktikere er lærerutdannere som har ansvar for matematikdidaktikk – for teori og praksis i læring og undervisning i matematikk. De er forskere, men lærere kan også være forskere.